

APPLIED MATHEMATICS - I

Time : 2.30 Hours]

[Maximum Marks : 50

[Minimum Marks : 17

NOTES :

- Attempt all questions.
- Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
- Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Answer any ten parts of the following from part a to be select the correct choice in the following.

[10 × 1 = 10]

- Coefficient of x^5 in the expansion of $(x+3)^8$, is
 - ${}^8C_5 3^3$
 - ${}^8C_3 3^3$
 - ${}^8C_5 3^5$
 - ${}^8C_3 3^5$
- $(i)^{35}$ is equal to
 - i
 - i
 - 1
 - 1
- Sum of first five terms of geometric series $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots$ is
 - $\frac{201}{81}$
 - $\frac{211}{85}$
 - $\frac{81}{211}$
 - $\frac{211}{81}$
- Find the value of x for which $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ is true.
 - ± 2
 - $\pm\sqrt{2}$
 - $\pm 2\sqrt{2}$
 - $\pm 3\sqrt{2}$
- Find $\vec{a} \cdot \vec{b}$ if $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$
 - 3
 - 3
 - 9
 - 9
- Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- Find the value of $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$, $|x| \geq 1$
- Evaluate : $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$
- Find the differential coefficient of $\sin(x^2)$.
- If $y = x^3 + \tan x$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$.
- Find the slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.
- Find unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

Q2) Answer any five parts of the following.

- Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$.
- If $y = \sin^{-1} x$, show that $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$.
- Express $(5 - 3i)^2$ in terms of $a + bi$.
- Find the term independent from x in the expansion of $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^6$.
- Check whether 301 is a term of the list of numbers 5, 11, 17, 23.
- Prove that $\sin^{-1}(x) + \cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$.
- For what value of λ if the function defined by $f(x) = \begin{cases} \lambda(x^2 - 2x) & \text{if } x \leq 0 \\ 4x + 1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$ continuous at $x = 0$.

[2 × 5 = 10]

Q3) Attempt any two parts of the following.

- Differentiate $y = \sqrt{\frac{(x-3)(x^2+4)}{3x^2+4x+5}}$ w.r.t. x .
- Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ is increasing or decreasing.
- Use differentiation to approximate $(25)^{1/3}$.

[2 × 5 = 10]

Q4) Answer any two parts of the following.

- Find all point of local maxima and local minima of the function f given by $f(x) = x^3 - 3x + 3$.
- Find the real value of θ when $\frac{3 + 2i \sin \theta}{1 - 2i \sin \theta}$ is only real.
- Find the differential coefficient of $\cos x$ from first principal.

[2 × 5 = 10]

Q5) Answer any two parts of the following.

- Solve the following equations using Cramer's rule.
 $x + y + z = 6$, $2x + 3y - z = 5$, $6x - 2y - 3z = -7$
- Simplify $(1+i)^{18}$, by using DeMoivre's theorem.
- Find perpendicular vector of vectors $-\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ and $4\hat{i} - 3\hat{j}$.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

प्र. 1) किन्हीं दस भागों को हल करो। निम्नलिखित में भाग अ से य तक सही विकल्प चुनिये।

[10 × 1 = 10]

अ) $(x+3)^8$ के प्रसार में x^5 का गुणांक होगा।

i) ${}^8C_5 3^3$

ii) ${}^8C_3 3^5$

iii) ${}^8C_3 3^5$

iv) ${}^8C_3 3^5$

ब) $(i)^{11}$ बराबर है

i) i

ii) $-i$

iii) 1

iv) -1

स) गुणोत्तर श्रेणी $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots$ के प्रथम पाँच पदों का योगफल होगा।

i) $201/81$

ii) $211/85$

iii) $81/211$

iv) $211/81$

द) x का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ भव्य है।

i) ± 2

ii) $\pm\sqrt{2}$

iii) $\pm 2\sqrt{2}$

iv) $\pm 3\sqrt{2}$

य) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ है।

i) 3

ii) -3

iii) 9

iv) -9

र) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

ल) $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान ज्ञात कीजिए।

व) हल करो $-\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$

श) $\sin(x^2)$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

ह) यदि $y = x^3 + \tan x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

क्ष) $x = 2$ पर वक्र $y = x^3 - x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

त्र) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

[5 × 2 = 10]

प्र. 2) निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच भागों को हल कीजिए :

अ) यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

ब) यदि $y = \sin^{-1}x$ है, तो सिद्ध कीजिए $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$.

- स) $(5-3i)^2$ को $a+bi$ के रूप में व्यक्त करें।
- द) $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^8$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए।
- घ) जाँच कीजिए कि 301 श्रेणी 5, 11, 17, 23.....का एक पद है?
- र) सिद्ध कीजिए $\sin^{-1}(x) + \cos^{-1}(x) = \pi/2$.
- ल) λ के किस मान के लिए फलन $f(x) = \begin{cases} \lambda(x^2 - 2x) & \text{if } x \leq 0 \\ 4x+1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$

$x=0$ पर सतत् होगा।

[2 × 5 = 10]

प्र.3) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

- अ) $y = \sqrt{\frac{(x-3)(x^2+4)}{3x^2+4x+5}}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।
- ब) अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f वर्धमान या हासमान है।
- स) $(25)^{1/2}$ का सन्निकटन करने के लिए अवकलन का प्रयोग कीजिए।

[2 × 5 = 10]

प्र.4) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

- अ) $f(x) = x^3 - 3x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन के लिए स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम के सभी बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।
- ब) θ का वास्तविक मान बताइए, जबकि $\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ मात्र वास्तविक है।
- स) प्रथम सिद्धान्त से $\cos x$ का अवकल गुणांक ज्ञात करो।

[2 × 5 = 10]

प्र.5) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

- अ) क्रेमर नियम से निम्न समीकरण हल करो।
 $x + y + z = 6$, $2x + 3y - z = 5$, $6x - 2y - 3z = -7$
- ब) डिमाइवर प्रमेय से $(1+i)^{18}$ को सरल करें।
- स) सदिश $-i + 2j + 5k$ तथा $4i - 3j$ के लम्बवत् सदिश ज्ञात करो।

